№ 3 дәріс сабағы
1.6 Ықтималдықтардың қосу және көбейту теоремалары

1-мысалға қайта оралсақ, $B = A_1 + A_2 + A_3$ оқиғасы – атылған үш оқтың тым болмағанда біреуінің тию ықтималдығы, $C = A_1 A_2 \overline{A}_3$ оқиғасы - атылған үш оқтың бірінші мен екіншісінің тиюі және үшіншісінің тимеуі.
$D = A_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3 + \overline{A}_1 A_2 \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \overline{A}_2 A_3$ - тура бір оқтың тиюі.
$E = A_1 A_2 \overline{A}_3 + A_1 \overline{A}_2 A_3 + \overline{A}_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_3$ - екіден кем емес оқтың тиюі.

Екі оқиға тәуелсіз (тәуелді) оқиға деп аталады, егер олардың біреуінің пайда болуының ықтималдығы екіншісінің пайда болуына тәуелсіз (тәуелді) болса.

Бірнеше оқиғалар *жинағы бойынша тәуелсіз* деп аталады, егер олардың әрқайсысы мен оның қалғандары арқылы жасалынған кез келген сызықтық комбинациясы тәуелсіз оқиғалар болса.

B оқиғасының A оқиғасы орындалғандағы шартты ықтималдығы деп A оқиғасы орындалғаны белгілі деп табылған B оқиғасының ықтималдығын айтамыз және оны былай белгілейміз: $P_A(B)$ $[P(B/A)]$.

B оқиғасының A оқиғасы орындалғандағы шартты ықтималдығы деп

$$P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0$$

теңдігімен анықталған санды айтады.

Бұл анықтамадан ықтималдықтардың көбейтіндісінің екі оқиға жағдайындағы формуласы шығады:

$$P(AB) = P(A)P_A(B) = P(B)P_B(A).$$

Теорема 1. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғаларының тым болмағанда біреуінің пайда болу ықтималдығы:

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) - P(A_1 A_2) - P(A_1 A_3) - \ldots - P(A_{n-1} A_n) +$$
$$+ P(A_1 A_2 A_3) + \ldots + P(A_{n-2} A_{n-1} A_n) - \ldots + (-1)^{n+1} P(A_1 A_2 \ldots A_n).$$

Салдар1 . Егер $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары өзара үйлесімсіз болса, онда

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n).$$

Шынында да, бұл жағдайда: $P(A_1 A_2) = P(A_1 A_3) = \ldots = P(A_1 A_2 \ldots A_n) = 0.$

Теорема 2. Өзара үйлесімсіз $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары оқиғалардың толық тобын құрайтын болса, онда

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1.$$

Салдар 3. Өзара тәуелсіз $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғаларының тым болмағанда біреуінің нысанаға тию ықтималдығы былай есептеледі:

$$P(A) = P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n, \qquad (1)$$

мұндағы q_i дегеніміз - $\overline{A}_i$ оқиғасының пайда болуының ықтималдығы, $i = \overline{1, n}$. Яғни, $q_i = P(\overline{A}_i)$.

Егер $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғаларының пайда болуларының ықтималдықтары өзара тең және p-ға тең болса, онда (1) формуласын былай жаза аламыз: $P(A) = 1 - q^n$, мұндағы $q = 1 - p$.